DOI:10.3969/j.issn.1672-9854.2025.02.008 文章编号:1672-9854(2025)-02-0177-08

页岩油储层脆性指数贝叶斯叠前地震直接反演方法

张红杰[1],杨光[1],吴昊[1],孙龙[1],刘智军[1],高巍[2],乔传乡[2],曾勇坚[3]
1 中国石油吉林油田公司地球物理勘探研究院;2 中国石油吉林油田公司勘探事业部;
3 北京普瑞斯安能源科技有限公司

摘 要 裂缝参数与脆性指数的合理预测对页岩油储层勘探开发进程中的水力压裂过程起到指示作用并为研究区甜点的综合评判奠定基础。从各向异性理论出发,基于线性滑动理论、散射理论以及波恩近似理论,推导了包含脆性指数、泊松比、密度、准裂缝法向弱度参数以及准裂缝切向弱度参数的HTI介质各向异性反射系数方程,并在贝叶斯框架下,期望最大化算法通过把引入隐含变量的条件期望值纳入到每次迭代时模型参数的随机模拟中,以解决模型参数的后验分布函数是隐式或者非线性时似然函数无法取极值的问题。相较于传统的最大后验概率解的求取方法,期望最大化算法的引入能够获得更稳定的模型参数反演结果,最终实现页岩油储层脆性指数与裂缝参数叠前地震直接反演。模型测试以及实际数据应用验证了本文提出的反演方法的准确性与适用性。

关键词 页岩油储层;裂缝参数;脆性指数;贝叶斯理论;直接反演

中图分类号:P631 **文献标识码**:A

引用:张红杰,杨光,吴昊,等.页岩油储层脆性指数贝叶斯叠前地震直接反演方法[J].海相油气地质,2025,30(2):177-184.
ZHANG Hongjie, YANG Guang, WU Hao, et al. Bayesian direct inversion method for brittleness index of shale oil reservoir based on prestack seismic data [J]. Marine origin petroleum geology, 2025, 30(2): 177-184.

0 前 言

随着油气勘探开发技术的进步以及能源需求的日益增长,勘探开发及研究的重点从常规油气逐渐向非常规油气转移。其中,页岩油作为非常规油气的一类,低孔、低渗的特点导致其在自然状态下形成工业级产能的难度较大,需要通过水力压裂等压裂改造手段改善其渗流条件。可压性是评估储层压裂改造效果的关键指标。脆性指数和裂缝参数作为评价页岩储层可压性的关键指标,可对水力压裂过程提供指示作用。脆性指数和裂缝参数的准确预测对于评估页岩油储层的可压性和优化水力压裂过程具有重要意义。

脆性指数是评价岩石抗破裂能力的参数。目前对于脆性指数的定义尚无统一的认识,国内外众多学者分别给出多种定义方式,可大致分为6类:①基于矿物组分的脆性指数计算方法;②基于弹性参数的脆性指数评价方法;③基于应力-应变曲线特征的脆性指数计算方法;④基于强度参数的脆性指数定义方式;⑤基于硬度参数的脆性指数表征理论;⑥基于冲击穿透实验的脆性指数测量方法[1]。由上述定义可知,脆性指数受多种因素影响,其中矿物含量和岩石力学性质都是关键影响因素。基于矿物含量的脆性指数是根据构成岩石的矿物的体积分数计算出来的。Jarvie等[2]指出石英矿物为脆性矿物,并提出了以石英含量与石英含量、方解石含量、黏土矿物含量三者之和的比值作为脆性指数的表达形式。Wang和Gale[3]根据北美实际工区分析,指出白云石和石英为脆性矿物,方解石和黏土为塑性矿物,由此定义了新的矿物组分脆性指数。李钜源[4]将石英与碳酸盐矿物当作脆性矿物,并提出石英与碳酸盐矿物含量之和除以石英、碳酸盐矿物、黏土矿物三者含量之和为新的脆性指数。廖东良等[5]提出将断裂韧度作为加权系数引入到矿物组分脆性指数的计算中。曹丹平等[6]分析了不同矿物组分对脆性指数的贡献度,并在弹性参数约束下提出了矿物组分权重自适应变化的脆性指数定义式。

由矿物含量定义的脆性指数能够表征岩石的整体脆性特征,且物理意义明确。但是,岩石矿物含量的精确测量具有一定难度,并且岩石还会受到

收稿日期:2024-08-26;改回日期:2025-02-24
第一作者:张红杰,硕士,高级工程师,主要研究方向为油藏地球物理。通信地址:138001 吉林省松原市宁江区源江西路1568号;E-mail: zhanghongjie-jl@petrochina.com.cn
通信作者:杨光,硕士,高级工程师,主要从事石油地质综合研究及勘探部署工作。通信地址:138001 吉林省松原市宁江区源江西路1568号;E-mail: yang-g1@petrochina.com.cn

沉积环境、力学环境等多方面因素影响导致其破裂特征的改变，进而影响脆性指数计算的准确性。此外，利用矿物组分计算脆性指数的方法依赖于岩心分析测试结果以及测井数据，限制了脆性指数在二维乃至三维数据的应用。而基于岩石力学特性的脆性指数，主要根据岩石的弹性参数计算得到，且在二维数据、三维数据情况下都取得了一定的应用效果。Rickman 等[7]提出了将杨氏模量与泊松比进行归一化的方法表征页岩储层的脆性，并指出高杨氏模量、低泊松比是高脆性岩石的主要特征。Luan 等[8]将杨氏模量与泊松比的比值定义为新的脆性指数。刘致水等[9]提出将杨氏模量与泊松比归一化后的比值当作新的脆性指数。Chen 等[10]通过对建立的岩石物理模型进行分析，根据杨氏模量除以拉梅常数来评估储层脆性。陈祖庆等[11]以矿物组分表征的脆性指数为标准，建立了杨氏模量、泊松比、拉梅常数与密度的乘积的多元回归的脆性指数，并在焦石坝地区取得了一定的应用效果。Pan 等[12]将归一化杨氏模量除以拉梅常数和归一化泊松比定义为平均脆性指数的表达式。张德明等[13]将 Rickman 脆性指数及最小闭合应力系数相结合，定义了新的脆性指数。

页岩储层脆性指数反演方法主要以 AVAZ 反演方法为主，然而页岩储层的各向异性特征使得推导的各向异性反射系数方程中存在多个待反演参数[14]，并且参数之间的相关性增加了 AVAZ 反演方法的不稳定性[15]。确定性反演方法结合各种全局优化算法实现反问题最优解的求取[16]，但是受介质复杂性、方程非线性以及地震数据带限特征等多方面因素的影响，确定性反演算法难以评估反演问题的多解性[17]。因此，需要在贝叶斯框架下应用概率化反演的思想，引入待反演参数的先验知识和似然函数实现页岩储层脆性指数贝叶斯概率化反演[18]，并且能够量化反演过程的不确定性[19]。根据贝叶斯理论，后验概率密度函数可以表示为模型参数的先验分布与似然函数乘积的形式[20]，而反问题的解对应后验概率密度函数取最大值时对应的值[21]。但是，当模型参数的后验分布函数是隐式或者非线性时，似然函数无法取极值，为获得最大后验概率解加大了难度[22]。因此，在贝叶斯框架下，结合期望最大化算法（EM）[23]实现模型参数分布特征直接估计，最终获得稳定的模型参数反演结果[24]。

本文基于水平横向各向同性（HTI）介质假设，结合散射理论、线性滑动理论与波恩近似理论，以杨氏模量除以泊松比作为脆性指数，推导包含脆性指数、裂缝参数的各向异性反射系数方程，并基于贝叶斯理论结合期望最大化算法，实现页岩油储层脆性指数叠前地震直接反演，模型和实际数据的应用验证了本文提出的方法的适用性和正确性。

1 页岩油储层脆性指数各向异性方程推导

嵌入各向同性背景岩石中的旋转不变垂直裂缝系统可以近似为 HTI 介质，由线性滑动理论可知，HTI 介质的刚度系数矩阵表达式如公式（1）所示[25]：

$$\mathbf{C}=\begin{bmatrix} M(1-\delta_N) & \lambda(1-\delta_N) & \lambda(1-\delta_N) & 0 & 0 & 0 \\ \lambda(1-\delta_N) & M(1-\gamma^2\delta_N) & \lambda(1-\gamma\delta_N) & 0 & 0 & 0 \\ \lambda(1-\delta_N) & \lambda(1-\gamma\delta_N) & M(1-\gamma^2\delta_N) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu(1-\delta_T) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu(1-\delta_T) \end{bmatrix} \tag{1}$$

其中：M、λ 和 μ 分别表示 HTI 介质各向同性背景岩石的纵波模量、第一和第二拉梅常数，单位均为 GPa；δ_N 和 δ_T 分别为裂缝法向弱度参数以及切向弱度参数，无量纲；$\gamma=\dfrac{\lambda}{\lambda+2\mu}$，无量纲。

本文应用脆性指数的定义式为[8]：

$$BI=E/\sigma \tag{2}$$

其中：E 为杨氏模量，GPa；σ 为泊松比，无量纲。

纵波模量、剪切模量与脆性指数的关系为：

$$\begin{cases} \dfrac{\Delta(M)}{\overline{M}}=\dfrac{\Delta(E/\sigma)}{\overline{(E/\sigma)}}+\left[\dfrac{\kappa}{(2\kappa-1)(\kappa-1)}-\dfrac{1}{1+\kappa}\right]\dfrac{\Delta(\sigma)}{\overline{\sigma}} \\ \dfrac{\Delta(\mu)}{\overline{\mu}}=\dfrac{\Delta(E/\sigma)}{\overline{(E/\sigma)}}-\dfrac{1}{1+\kappa}\dfrac{\Delta(\sigma)}{\overline{\sigma}} \end{cases} \tag{3}$$

其中：$\kappa=\dfrac{1-2\chi}{2-2\chi}$，无量纲；$\chi=\mu/M$，无量纲。

为了消除裂缝法向弱度参数与切向弱度参数不稳定扰动对于反射系数方程的影响，并提高反演的稳定性，引入准裂缝法向弱度与切向弱度参数：

$$\begin{cases} \delta_N^q=\dfrac{1}{1-\delta_{N0}}\left(\delta_N+1-\delta_{N0}\right) \\ \delta_T^q=\dfrac{1}{1-\delta_{T0}}\left(\delta_T+1-\delta_{T0}\right) \end{cases} \tag{4}$$

其中：δ_{N0}与δ_{T0}分别表示裂缝的法向弱度和切向弱度的平均值，无量纲。

Shaw 和 Sen[26] 基于散射理论和波恩近似理论提出了HTI介质线性反射系数推导方法，线性化的纵波反射系数R_{pp}可以表示为：

$$R_{pp}(\theta,\varphi)=\frac{1}{4\rho\cos^2\theta}S(r_0) \tag{5}$$

式(5)中：θ和φ分别表示入射角以及方位角，(°)；ρ为界面交界处的密度参数，kg/m^3；r_0表示满足Snell反射定律的水平界面上的点，S代表散射函数，其表达式为：

$$S(r_0)=\Delta\rho\cos 2\theta+\Delta C\eta \tag{6}$$

式(6)中：$\Delta\rho$和ΔC分别为密度参数和弹性矩阵的扰动量；η表示弹性矩阵ΔC的系数，η的表达式为：

$$\begin{cases}\eta_{11}=\cos^4\varphi\sin^4\theta/V_P^2\\ \eta_{12}=\eta_{21}=\cos^2\varphi\sin^2\varphi\sin^4\theta/V_P^2\\ \eta_{13}=\eta_{31}=\cos^2\varphi\cos^2\theta\sin^2\theta/V_P^2\\ \eta_{22}=\sin^4\varphi\sin^4\theta/V_P^2\\ \eta_{23}=\eta_{32}=\cos^2\theta\sin^2\varphi\sin^2\theta/V_P^2\\ \eta_{33}=\cos^4\theta/V_P^2\\ \eta_{44}=-4\cos^2\theta\sin^2\varphi\sin^2\theta/V_P^2\\ \eta_{55}=-4\cos^2\varphi\cos^2\theta\sin^2\theta/V_P^2\\ \eta_{66}=4\cos^2\varphi\sin^2\varphi\sin^4\theta/V_P^2\end{cases} \tag{7}$$

其中：V_P为纵波速度，m/s。

将方程(1)至(7)简化，并经变量代换后推导得到最终的各向异性反射系数方程表达形式(具体的推导过程见文后附录所示)：

$$R_{pp}(\theta,\varphi)=a(\theta)\frac{\Delta BI}{BI_0}+b(\theta)\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0}+c(\theta)\frac{\Delta\rho}{\rho_0}+d(\theta,\varphi)\frac{\Delta\delta_N^q}{\delta_{N0}^q}+e(\theta,\varphi)\frac{\Delta\delta_T^q}{\delta_{T0}^q} \tag{8}$$

式(8)中：BI为脆性指数，σ为泊松比，ρ为密度，单位均是kg/m^3；δ_N^q为准裂缝法向弱度，δ_T^q为准裂缝切向弱度；带有△符号的表示该参数的变化率；

$$\begin{cases}a(\theta)=\frac{1}{4}\sec^2\theta-2k\sin^2\theta\\ b(\theta)=\frac{1}{4}\sec^2\theta\frac{8k^3-16k^2+11k-3}{k(4k-3)}+2k\sin^2\theta\frac{2k-2}{3-4k}\\ c(\theta)=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\sec^2\theta\\ d(\theta,\varphi)=-\frac{\sec^2\varphi}{4}\left[2k\left(\sin^2\theta\sin^2\varphi+\cos^2\theta\right)-1\right]^2\\ e(\theta,\varphi)=k\sin^2\theta\cos^2\varphi\left(1-\tan^2\theta\sin^2\varphi\right)\end{cases} \tag{9}$$

其中：θ和φ分别表示入射角以及方位角，(°)；k表示纵横波速度比的平方。

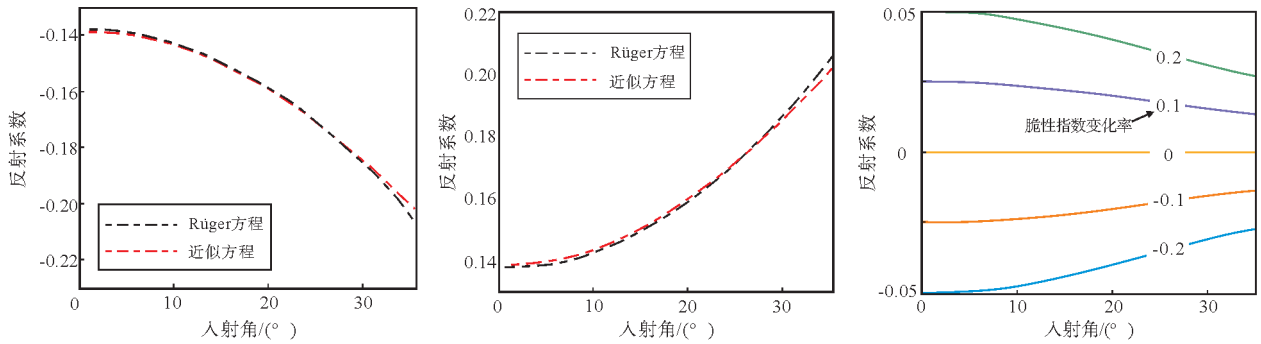
为验证推导的方程(8)的准确性，本文建立了一个三层理论模型，模型参数如表1所示。从图1a、图1b可以看出，本文推导的反射系数方程与Rüger方程在小角度时有很好的吻合度，对比结果验证了方

表1　三层理论模型参数表

Table 1　Three-layer theoretical model parameters

序号	V_p/(m·s^{-1})	V_s/(m·s^{-1})	ρ/(kg·m^{-3})	δ_N^q	δ_T^q
层1	5 000	3 000	2 400	0	0
层2	3 950	3 200	2 300	1.14	1.06
层3	5 000	3 000	2 400	0	0

注：V_p为纵波速度；V_s为横波速度；ρ为密度；δ_N^q为准裂缝法向弱度；δ_T^q为准裂缝切向弱度。



(a) 顶界面反射系数方程精度对比　(b) 底界面反射系数方程精度对比　(c) 反射系数随入射角和脆性指数变化率的变化

图1　反射系数方程精度对比以及反射系数随入射角和脆性指数变化率的变化

Fig. 1　Accuracy comparison of reflection coefficient equations and variation of reflection coefficient with incident angle and brittleness index

程的准确性[27]。图1c展示了反射系数随脆性指数的变化率$\frac{\Delta BI}{BI_0}$为0.2、0.1、0、-0.1和-0.2时的变化情况。

2 页岩油储层脆性指数与裂缝参数贝叶斯反演方法

模型参数与地震数据的关系可以表示为：

$$\vec{D} = f(\vec{m}) + \vec{n} \tag{10}$$

式(10)中：$\vec{D}$代表方位地震数据；$\vec{m} = \{BI, \sigma, \rho, \delta_N^q, \delta_T^q\}$代表待反演参数的集合；$f = R_{PP} * w$表示方程(8)、(9)中推导得到的反射系数方程与地震子波进行褶积得到的正演算子；$\vec{n}$表示噪音。

在贝叶斯框架下，参数后验概率密度分布函数$p(\vec{m}|\vec{D})$可以表示为先验分布$p(\vec{m})$和似然函数$p(\vec{D}|\vec{m})$的联合分布的形式[28]：

$$p(\vec{m}|\vec{D}) = \frac{p(\vec{D}|\vec{m})\,p(\vec{m})}{p(\vec{D})} \propto p(\vec{D}|\vec{m}) \cdot p(\vec{m}) \tag{11}$$

式(11)中：p表示概率密度分布函数，|表示参数的条件概率。

假设先验分布和似然函数满足柯西分布[29]，则后验分布函数可以写成：

$$p(\vec{m}|\vec{D}) = \prod_{i=1}^{K}\left[\frac{1}{1 + \vec{m}/\sigma_{\vec{m}}^2}\right] \cdot \exp\left[\frac{\left(\vec{D} - f(\vec{m})\right)^T\left(\vec{D} - f(\vec{m})\right)}{2\sigma_d^2}\right] \tag{12}$$

式(12)中：σ_d^2和$\sigma_{\vec{m}}^2$分别代表噪音和模型参数的方差；K表示模型参数的总数；T表示矩阵的转置运算。

经过取对数并简化的运算后，模型参数最大后验概率解的目标函数可以写为：

$$\psi(\vec{m}) = \left(\vec{D} - f(\vec{m})\right)^T\left(\vec{D} - f(\vec{m})\right) + \varpi \sum_{i=1}^{K} \ln(1 + \vec{m}) \tag{13}$$

式(13)中：$\psi(\vec{m})$代表目标函数；ϖ代表柯西正则化参数。

期望最大化算法是以统计学理论为基础，对模型参数不断迭代，最终实现最大似然估计的算法。算法共包含2个流程：首先是参数期望值求取(E步)，利用迭代中模型参数现有值，估计其极大似然值；其次是模型参数极大值估计(M步)，在已获得E步模型参数极大似然值的基础上计算其取最大值时对应的数值。同样地，M步计算得到的最大期望值也可以作为E步的迭代参数，反复交替直至找到满足条件的解，期望最大化算法流程和公式表示如下：

E步：参数期望值求取　在已知参数样本Q的情况下，设定模型参数$\vec{m}$在第$i-1$次迭代时的迭代值为$\vec{m}(i-1)$，因此，在下一次，即第i次迭代时，模型参数对数似然函数的期望值能够写成：

$$L(\vec{m}, \vec{m}(i-1)) = E\left[\lg p(Q, W|\vec{m})\right] \tag{14}$$

对于上式，在已得到参数样本和模型参数的迭代值时，二者可以当作常数，而隐含样本W表示非参数样本，可将其当作随机变量。由此，方程(14)可以改写为：

$$L(\vec{m}, \vec{m}(i-1)) = E\left[\lg p(Q, W|\vec{m})\right] = \int \lg\left[p(Q, W|\vec{m})\right] p(W|Q, \vec{m}(i-1))\,\mathrm{d}W \tag{15}$$

M步：模型参数极大值估计　在E步求得的期望值的基础上，不断寻优，最终使模型参数满足期望值最大化，即：

$$L(\vec{m}(i), \vec{m}(i-1)) = \max\left(L(\vec{m}, \vec{m}(i-1))\right) \tag{16}$$

上式也可以表示成：

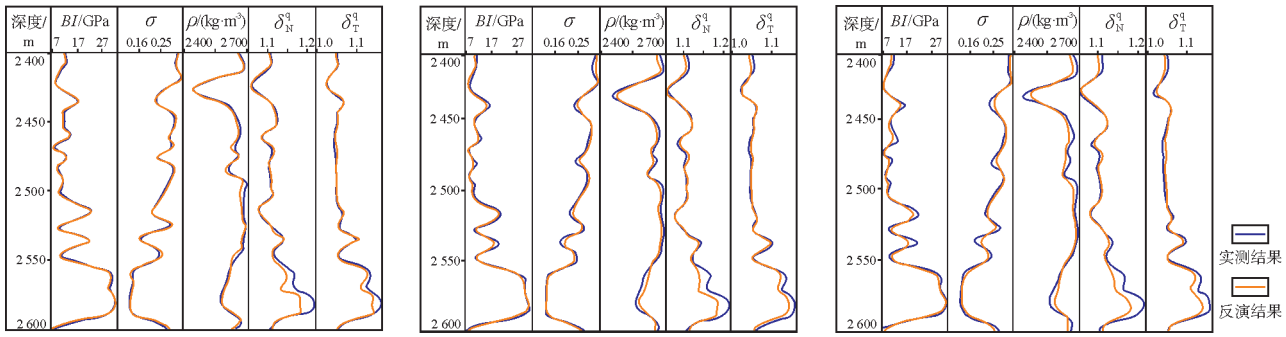
$$\vec{m}(i) = \arg\max\left(L(\vec{m}, \vec{m}(i-1))\right) \tag{17}$$

M步计算得到的满足期望最大值的模型参数，可用作下一次迭代过程中E步的初始值。E步与M步不断迭代，模型参数与样本之间的似然概率值不断增大，模型参数也逐渐寻优到最优解。在页岩油储层脆性指数直接反演研究中，期望最大化算法能够实现待反演参数的先验分布和联合分布的计算，并最终实现脆性指数、裂缝参数等参数的最大后验概率解的求取。

3 模型测试与实际资料应用

为了验证本文所提出方法的适用性与可靠性，以吉林油田某页岩油工区数据为基础开展模型测试与实际资料应用。图2展示了无噪情况下、信噪比为5:1和信噪比为2:1时，脆性指数、泊松比、密度、准裂缝法向弱度参数、准裂缝切向弱度参数的模型测试结果，正演模拟时给定方位角为45°。可以看出，5个待反演参数的反演结果都与测井曲线表现出了很好的吻合度，初步验证了反演方法的准确性。即使信噪比为2:1时，脆性指数等模型参数的反演结果都和测井解释结果保持了良好的吻合度，说明本文所提出的反演方法具有一定的抗噪性与适用性。2个裂缝参数的反演结果相较于脆性指数误差偏大，这是因为裂缝参数对于反射系数方程的贡献度较小，导致在反演过程中不确定性较大，但整体上与模型数据保持了一定吻合度。

随后，将反演方法应用于吉林油田某页岩油工区实际数据的分析。脆性指数、泊松比、密度、准裂缝法向弱度参数、准裂缝切向弱度参数的反演结果如图3剖面所示，可以看出，反演结果与测井曲线的吻合程度较高。尤其是在目的层脆性指数表现出高值，说明该储层段的岩石脆性强，易于压裂。准裂缝法向弱度参数与准裂缝切向弱度参数在储层段表现出较高的值，指示该段裂缝较为发育。

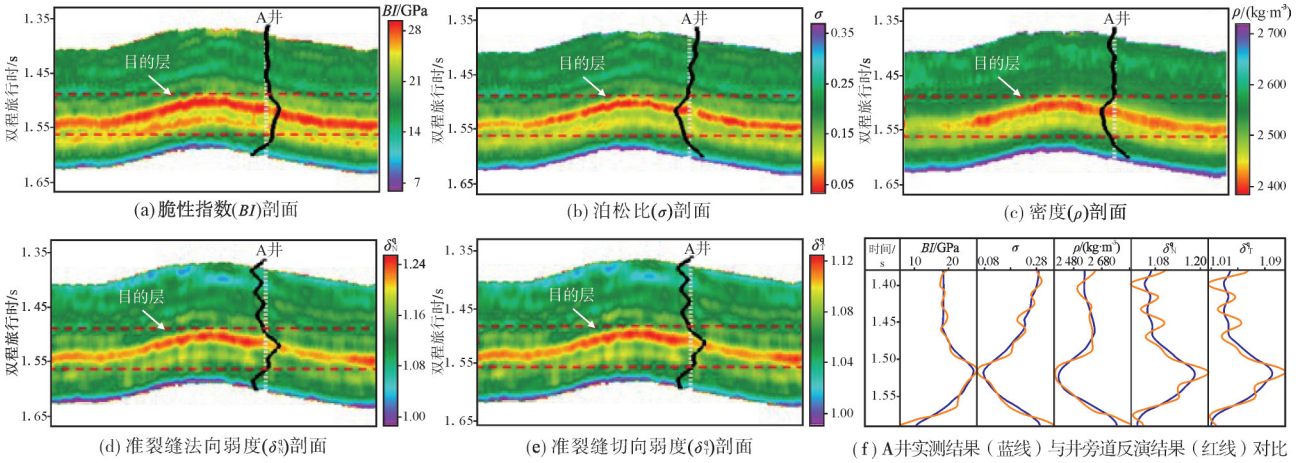


(a)无噪音时　(b)信噪比为5:1时　(c)信噪比为2:1时

注：BI–脆性指数，σ–泊松比，ρ–密度，δ_N^q–准裂缝法向弱度，δ_T^q–准裂缝切向弱度。

图2　不同噪音条件下脆性指数、泊松比、密度、准裂缝法向弱度以及准裂缝切向弱度的反演结果

Fig. 2　Inversion results of brittleness index, Poisson's ratio, density, quasi-fracture normal weakness, and quasi-fracture tangential weakness Under different noise conditions



(a)脆性指数(BI)剖面　(b)泊松比(σ)剖面　(c)密度(ρ)剖面

(d)准裂缝法向弱度(δ_N^q)剖面　(e)准裂缝切向弱度(δ_T^q)剖面　(f)A井实测结果（蓝线）与井旁道反演结果（红线）对比

图3　过A井的脆性指数、泊松比、密度、准裂缝法向弱度、准裂缝切向弱度的反演剖面与井道旁反演结果

Fig. 3　Inversion sections of brittleness index, Poisson's ratio, density, quasi-fracture normal weakness, and quasi-fracture tangential weakness across A well

综合上述模型测试与实际资料应用的比较分析，可以得知目的层的岩石较脆且多发育裂缝，与钻井解释结果一致。图3f展示了A井的井旁地震道反演结果对比，二者吻合程度较高，验证了本文所提出方法的准确性与适用性。此外，将反演方法进一步应用于三维地震数据，脆性指数反演结果在目的层的平均属性切片如图4。可见A井表现表现出高脆性指数，B井表现出低脆性指数，两口井的横向对比验证了反演方法在三维地震数据中的适用性与可靠性。

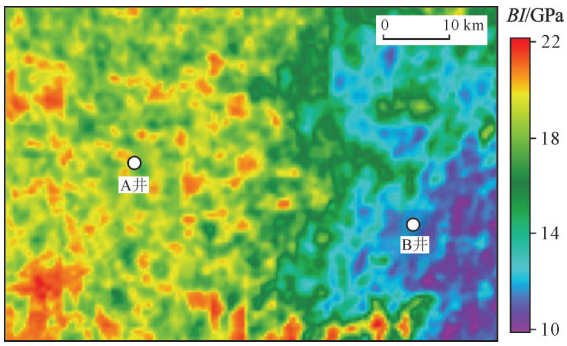


图4　脆性指数反演结果平均属性切片

Fig. 4　Average attribute slice of brittleness index inversion result

4 结 论

随着非常规油气勘探进程的不断深入，页岩油储层逐渐成为研究热点。裂缝参数以及脆性指数的反演方法对页岩油储层可压裂性的地震表征以及页岩油储层的生产开发具有重要的研究意义。本文开展脆性指数和裂缝参数的贝叶斯叠前地震直接反演研究，取得了一些进展且应用实效较好。

（1）基于HTI介质假设，推导了含脆性指数、泊松比、密度、准裂缝法向弱度参数、准裂缝切向弱度参数的各向异性反射系数方程，通过理论模型验证在小角度入射时与Rüger方程误差较小。

（2）以贝叶斯理论为基础，在最大后验概率解的基础上引入期望最大化算法实现其稳定求解。

（3）实际资料应用结果说明目的层段具有高脆性、裂缝较发育的特征，与钻井解释结果一致，最终说明了本次研究反演方法的准确性与可靠性。

附 录

将公式（1）和（7）代入公式（6），得到：

$$
\begin{aligned}
S(r_0) = {} & \Delta\rho\cos 2\theta + (\Delta M - M\Delta\delta_N)(\cos^4\varphi\sin^4\theta/V_P^2) + (\Delta\lambda - \lambda\Delta\delta_N)(\cos^2\varphi\sin^2\varphi\sin^4\theta/V_P^2) + \\
& (\Delta\lambda - \lambda\Delta\delta_N)(\cos^2\varphi\cos^2\theta\sin^2\theta/V_P^2) + (\Delta\lambda - \lambda\Delta\delta_N)(\cos^2\varphi\cos^2\theta\sin^4\theta/V_P^2) + (\Delta M - \gamma^2 M\Delta\delta_N)(\sin^4\varphi\sin^4\theta/V_P^2) + \\
& (\Delta\lambda - \gamma\lambda\Delta\delta_N)(\sin^4\varphi\sin^4\theta/V_P^2) + (\Delta\lambda - \lambda\Delta\delta_N)(\cos^2\varphi\cos^2\theta\sin^2\theta/V_P^2) + (\Delta\lambda - \gamma\lambda\Delta\delta_N)(\cos^2\theta\sin^2\varphi\sin^2\theta/V_P^2) + \\
& (\Delta M - \gamma^2 M\Delta\delta_N)(\cos^4\theta/V_P^2) + \Delta\mu(-4\cos^2\theta\sin^2\varphi\sin^2\theta/V_P^2) + (\Delta\mu - \mu\Delta\delta_T)(-4\cos^2\varphi\cos^2\theta\sin^2\theta/V_P^2) + \\
& (\Delta\mu - \mu\Delta\delta_T)(4\cos^2\varphi\sin^2\varphi\sin^4\theta/V_P^2)
\end{aligned}
\tag{18}
$$

将公式（18）代入公式（5），得到：

$$
R_{PP}(\theta,\varphi) = \frac{1}{4\rho\cos^2\theta}\left[\begin{aligned}
& \Delta\rho\cos 2\theta + (\Delta M - M\Delta\delta_N)(\cos^4\varphi\sin^4\theta/V_P^2) + (\Delta\lambda - \lambda\Delta\delta_N)(\cos^2\varphi\sin^2\varphi\sin^4\theta/V_P^2) + \\
& (\Delta\lambda - \lambda\Delta\delta_N)(\cos^2\varphi\cos^2\theta\sin^2\theta/V_P^2) + (\Delta\lambda - \lambda\Delta\delta_N)(\cos^2\varphi\cos^2\theta\sin^4\theta/V_P^2) + \\
& (\Delta M - \gamma^2 M\Delta\delta_N)(\sin^4\varphi\sin^4\theta/V_P^2) + (\Delta\lambda - \gamma\lambda\Delta\delta_N)(\sin^4\varphi\sin^4\theta/V_P^2) + \\
& (\Delta\lambda - \lambda\Delta\delta_N)(\cos^2\varphi\cos^2\theta\sin^2\theta/V_P^2) + (\Delta\lambda - \gamma\lambda\Delta\delta_N)(\cos^2\theta\sin^2\varphi\sin^2\theta/V_P^2) + \\
& (\Delta\lambda - \gamma\lambda\Delta\delta_N)(\cos^2\theta\sin^2\varphi\sin^2\theta/V_P^2) + (\Delta M - \gamma^2 M\Delta\delta_N)(\cos^4\theta/V_P^2) + \\
& \Delta\mu(-4\cos^2\theta\sin^2\varphi\sin^2\theta/V_P^2) + (\Delta\mu - \mu\Delta\delta_T)(-4\cos^2\varphi\cos^2\theta\sin^2\theta/V_P^2) + \\
& (\Delta\mu - \mu\Delta\delta_T)(4\cos^2\varphi\sin^2\varphi\sin^4\theta/V_P^2)
\end{aligned}\right]
\tag{19}
$$

式（19）中：纵波模量、剪切模量与脆性指数的关系在式（3）中给出，准裂缝法向弱度和切向弱度参数两个参数与裂缝法向弱度和切向弱度参数的关系由公式（4）给出，将公式（3）和（4）代入到公式（19）中，化简得到：

$$
\begin{aligned}
R_{PP}(\theta,\varphi) = {} & \left(\frac{1}{4}\sec^2\theta - 2k\sin^2\theta\right)\frac{\Delta BI}{BI_0} + \left[\frac{1}{4}\sec^2\theta\frac{8k^3 - 16k^2 + 11k - 3}{k(4k-3)} + 2k\sin^2\theta\frac{2k-2}{3-4k}\right]\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} + \\
& \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\sec^2\theta\right)\frac{\Delta\rho}{\rho_0} + \left\{-\frac{1}{4}\sec^2\varphi\left[2k(\sin^2\theta\sin^2\varphi + \cos^2\theta) - 1\right]^2\right\}\frac{\Delta\delta_N^q}{\delta_{N0}^q} + \left[k\sin^2\theta\cos^2\varphi(1 - \tan^2\theta\sin^2\varphi)\right]\frac{\Delta\delta_T^q}{\delta_{T0}^q}
\end{aligned}
\tag{20}
$$

参 考 文 献

[1] 于庭, 巴晶, 钱卫, 等. 非常规油气储层脆性评价方法研究进展[J]. 地球物理学进展, 2019, 34(1): 236-243.
YU Ting, BA Jing, QIAN Wei, et al. Research progress on evaluation methods of rock brittleness in unconventional oil/gas reservoirs[J]. Progress in geophysics, 2019, 34(1): 236-243.

[2] JARVIE D M, HILL R J, RUBLE T E, et al. Unconventional shale-gas systems: the Mississippian Barnett Shale of north-central Texas as one model for thermogenic shale-gas assessment[J]. AAPG bulletin, 2007, 91(4): 475-499.

[3] WANG F P, GALE J F W, et al. Screening criteria for shale-gas systems[J]. Transactions-Gulf Coast Association of Geological Societies, 2009, 59: 779-794.

[4] 李钜源. 东营凹陷泥页岩矿物组成及脆度分析[J]. 沉积学报, 2013, 31(4): 616-620.
LI Juyuan. Analysis on mineral components and frangibility of shales in Dongying Depression[J]. Acta sedimentologica sinica, 2013, 31(4): 616-620.

[5] 廖东良，肖立志，张元春．基于矿物组分与断裂韧度的页岩地层脆性指数评价模型[J]．石油钻探技术，2014，42(4): 37-41.
LIAO Dongliang, XIAO Lizhi, ZHANG Yuanchun. Evaluation model for shale brittleness index based on mineral content and fracture toughness[J]. Petroleum drilling techniques, 2014, 42(4): 37-41.

[6] 曹丹平，韩金鑫，肖竣夫，等．弹性特征约束下的矿物成分页岩脆性评价方法研究[J]．地球物理学报，2023，66(11): 4781-4791.
CAO Danping, HAN Jinxin, XIAO Junfu, et al. Method for evaluating the brittleness of shale minerals under the constraints of elastic characteristics[J]. Chinese journal of geophysics, 2023, 66(11): 4781-4791.

[7] RICKMAN R, MULLEN M, PETRE E, et al. A practical use of shale petrophysics for stimulation design optimization: all shale plays are not clones of the Barnett Shale[C]//SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Denver: Society of Petroleum Engineers, 2008: SPE-115258-MS.

[8] LUAN Xinyuan, DI Bangrang, WEI Jianxin, et al. Laboratory measurements of brittleness anisotropy in synthetic shale with different cementation[C]//2014 SEG Annual Meeting. Denver: Society of Exploration Geophysicists, 2014: SEG-2014-0432.

[9] 刘致水，孙赞东．新型脆性因子及其在泥页岩储集层预测中的应用[J]．石油勘探与开发，2015，42(1): 117-124.
LIU Zhishui, SUN Zandong. New brittleness indexes and their application in shale/clay gas reservoir prediction[J]. Petroleum exploration and development, 2015, 42(1): 117-124.

[10] CHEN Jiaojiao, ZHANG Guangzhi, CHEN Huaizhen, et al. The construction of shale rock physics effective model and prediction of rock brittleness[C]//2014 SEG Annual Meeting. Denver: Society of Exploration Geophysicists, 2014: SEG-2014-0716.

[11] 陈祖庆，郭旭升，李文成，等．基于多元回归的页岩脆性指数预测方法研究[J]．天然气地球科学，2016，27(3): 461-469.
CHEN Zuqing, GUO Xusheng, LI Wencheng, et al. Study on shale brittleness index prediction based on multivariate regression method[J]. Natural gas geoscience, 2016, 27(3): 461-469.

[12] PAN Xinpeng, ZHANG Guangzhi, CHEN Jiaojiao. The construction of shale rock physics model and brittleness prediction for high-porosity shale gas-bearing reservoir[J]. Petroleum science, 2020, 17(3): 658-670.

[13] 张德明，刘志刚，姚政道，等．川南页岩气田L区块页岩脆性指数叠前地震定量预测[J]．石油物探，2023，62(1): 154-162.
ZHANG Deming, LIU Zhigang, YAO Zhengdao, et al. Quantitative prediction of shale brittleness index in block L of shale gas field in southern Sichuan using pre-stack seismic prediction method[J]. Geophysical prospecting for petroleum, 2023, 62(1): 154-162.

[14] 张丰麒，刘俊州，刘兰锋，等．确定性反演协同约束的叠后随机地震反演方法[J]．石油地球物理勘探，2021，56(5): 1137-1149.
ZHANG Fengqi, LIU Junzhou, LIU Lanfeng, et al. The methodology of a post-stack stochastic seismic inversion with the co-constraint of deterministic inversion[J]. Oil geophysical prospecting, 2021, 56(5): 1137-1149.

[15] 陈珂磷，杨扬，井翠，等．页岩裂缝型储层模型参数化及AVAZ反演预测方法研究[J]．地球物理学进展，2022，37(6): 2364-2372.
CHEN Kelin, YANG Yang, JING Cui, et al. Model parameterization and AVAZ inversion prediction method in shale fractured reservoir[J]. Progress in geophysics, 2022, 37(6): 2364-2372.

[16] 张广智，赵晨，涂奇催，等．基于量子退火Metropolis-Hastings算法的叠前随机反演[J]．石油地球物理勘探，2018，53(1): 153-160.
ZHANG Guangzhi, ZHAO Chen, TU Qicui, et al. Prestack stochastic inversion based on the quantum annealing metropolis-hastings algorithm[J]. Oil geophysical prospecting, 2018, 53(1): 153-160.

[17] 田新，宋志华，田治康，等．含气页岩储层脆性及裂缝参数方位地震反演方法研究与应用[J]．地球物理学进展，2023，38(3): 1191-1203.
TIAN Xin, SONG Zhihua, TIAN Zhikang, et al. Azimuthal variation of seismic amplitude for brittleness and fracture parameter of gas-bearing shale reservoir[J]. Progress in geophysics, 2023, 38(3): 1191-1203.

[18] 刘财，符伟，郭智奇，等．基于贝叶斯框架的各向异性页岩储层岩石物理反演技术[J]．地球物理学报，2018，61(6): 2589-2600.
LIU Cai, FU Wei, GUO Zhiqi, et al. Rock physics inversion for anisotropic shale reservoirs based on Bayesian scheme[J]. Chinese journal of geophysics, 2018, 61(6): 2589-2600.

[19] BULAND A, OMRE H. Bayesian linearized AVO inversion[J]. Geophysics, 2003, 68(1): 185-198.

[20] 许凯．基于贝叶斯理论和HTI介质方位地震振幅差的裂缝弱度参数反演方法[J]．石油物探，2023，62(3): 507-516.
XU Kai. An inversion method of fracture weakness parameters based on Bayesian theory and azimuthal seismic amplitude-difference in HTI media[J]. Geophysical prospecting for petroleum, 2023, 62(3): 507-516.

[21] 张冰，刘财，郭智奇，等．基于统计岩石物理模型的各向异性页岩储层参数反演[J]．地球物理学报，2018，61(6): 2601-2617.
ZHANG Bing, LIU Cai, GUO Zhiqi, et al. Probabilistic reservoir parameters inversion for anisotropic shale using a statistical rock physics model[J]. Chinese journal of geophysics, 2018, 61(6): 2601-2617.

[22] 向坤，陈科，段心标，等．基于APSO-MCMC的叠前三参数同步随机反演方法研究[J]．石油物探，2022，61(4): 673-682.

XIANG Kun, CHEN Ke, DUAN Xinbiao, et al. Stochastically simultaneous inversion of prestack data using APSO-MC-MC method [J]. Geophysical prospecting for petroleum, 2022, 61(4): 673-682.

[23] 印兴耀, 刘杰, 杨培杰. 一种基于负熵的Bussgang地震盲反褶积方法[J]. 石油地球物理勘探, 2007, 42(5): 499-505.
YIN Xingyao, LIU Jie, YANG Peijie. A negative entropy-based Bussgang seismic blind deconvolution[J]. Oil geophysical prospecting, 2007, 42(5): 499-505.

[24] 温津伟, 罗四维, 赵嘉莉, 等. 基于Bayesian的期望最大化方法: BEM算法[J]. 计算机研究与发展, 2001, 58(7): 821-824.
WEN Jinwei, LUO Siwei, ZHAO Jiali, et al. The BEM algorithm: an EM method based on Bayesian[J]. Journal of computer research and development, 2001, 58(7): 821-824.

[25] SCHOENBERG M, SAYERS C M. Seismic anisotropy of fractured rock[J]. Geophysics, 1995, 60(1): 204-211.

[26] SHAW R K, SEN M K. Use of AVOA data to estimate fluid indicator in a vertically fractured medium [J]. Geophysics, 2006, 71(3): C15-C24.

[27] RÜGER A. Reflection coefficients and azimuthal AVO analysis in anisotropic media [M]. Tulsa: Society of Exploration Geophysicists, 2002.

[28] ZONG Zhaoyun, YIN Xingyao, WU Guochen. Elastic impedance parameterization and inversion with Young's modulus and Poisson's ratio[J]. Geophysics, 2013, 78(6): N35-N42.

[29] ALEMIE W, SACCHI M D. High-resolution three-term AVO inversion by means of a Trivariate Cauchy probability distribution[J]. Geophysics, 2011, 76(3): R43-R55.

编辑:黄革萍

Bayesian direct inversion method for brittleness index of shale oil reservoir based on prestack seismic data

ZHANG Hongjie[1], YANG Guang[1], WU Hao[1], SUN Long[1], LIU Zhijun[1], GAO Wei[2], QIAO Chuanxiang[2], ZENG Yongjian[3]

1. *Institute of Geophysical Exploration, PetroChina Jilin Oilfield Company*;
2. *The Exploration Department, PetroChina Jilin Oilfield Company*; 3. *Beijing Precise Energy Technology Co., Ltd*

Abstract: Reasonable prediction of fracture parameters and brittleness index plays an indicative role in the hydraulic fracturing process in the exploration and development of shale oil reservoirs and lays the foundation for the comprehensive evaluation of sweet spots in a study area. Starting from the anisotropy theory, based on the linear sliding theory, scattering theory and Born approximation theory, this paper derives the anisotropic reflection coefficient equation of HTI media containing the brittleness index of Young's modulus to Poisson's ratio, Poisson's ratio, density, quasi-fracture normal weakness and quasi-fracture tangential weakness. And under the Bayesian framework, the expectation maximization algorithm introduces the conditional expectation value of the implicit variable into the random simulation of the model parameters at each iteration to solve the problem that the likelihood function can not take extreme values when the posterior distribution function of the model parameters is implicit or nonlinear. Compared with the traditional method of obtaining the maximum a posteriori probability solution, the introduction of the expectation maximization algorithm can obtain more stable model parameter inversion results, and finally realize the direct prestack seismic inversion of the brittleness index and fracture parameters of shale oil reservoirs. Model testing and actual data application verify the accuracy and applicability of the inversion method proposed in this paper.

Key words: shale oil reservoir; fracture parameters; brittleness index; Bayesian theory; direct inversion

ZHANG Hongjie, First author: MSc, Senior Engineer, mainly engaged in research on reservoir geophysics. Add: No. 1568, Yuanjiang West Road, Ningjiang District, Songyuan, Jilin 138001, China. E-mail: zhanghongjie-jl@petrochina.com.cn

YANG Guang, Corresponding author: MSc, Senior Engineer, mainly engaged in petroleum geology and exploration deployment. Add: No. 1568, Yuanjiang West Road, Ningjiang District, Songyuan, Jilin 138001, China. E-mail: yang-g1@petrochina.com.cn